



## LCM & HCF (लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तक)



### LCM (Least Common Multiple) (लघुत्तम समापवर्तक)

- The least common multiple (LCM) is defined as the smallest multiple that two or more number have in common.

लघुत्तम समापवर्तक (LCM) को दो या दो से अधिक संख्याओं में उभयनिष्ठ लघुत्तम गुणज के रूप में परिभाषित किया जाता है।

- LCM of the any two number is the value that is completely divisible by the two given numbers.

किन्हीं दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक वह मान है जो दी गई दो संख्याओं से पूर्णतः विभाज्य है।

**Ex.** Find LCM of 36, 45.

$$36 \rightarrow 36, 72, 108, 144, \underline{180}, 216, 252 \dots$$

$$45 \rightarrow 45, 90, 135, \underline{180}, 225, 270 \dots$$

LCM (36, 45)  $\rightarrow$  180 (Least common multiple of both) (दोनों का लघुत्तम समापवर्तक)

### Division Method to calculate LCM

लघुत्तम समापवर्तक का गणना करने की प्रभाग विधि

- Find LCM of 36, 45./36, 45 का लघुत्तम समापवर्तक ज्ञात करें।

$$\begin{array}{r|l} 3 & 36, 45 \\ \hline 3 & 12, 15 \\ \hline & 4, 5 \end{array}$$

$$\therefore \text{LCM of } (36, 45) = 3 \times 3 \times 4 \times 5 = 180$$

- Find LCM of 24, 30, 36./24, 30, 36 का लघुत्तम समापवर्तक ज्ञात करें।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24, 30, 36, \\ \hline 2 & 12, 15, 18, \\ \hline 3 & 6, 15, 9, \\ \hline & 2, 5, 3, \end{array}$$

$$\text{LCM of } (24, 30, 36) = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 = 360$$

Prime factorization Method to calculate LCM

Other Method to calculate LCM

लघुत्तम समापवर्तक की गणना करने के लिए अभाज्य गुणनखंड विधि लघुत्तम समापवर्तक गणना करने की अन्य विधि

### Prime factorization method to calculate LCM)

(ल.स. की गणना करने के लिए प्रधान गुणनखंडन विधि)

- Find LCM of 24, 30, 36./24, 30, 36 का ल.स. ज्ञात करें।

**Note:** दिए गए number को prime number की powers में break करना है।

$$24 \rightarrow 2^3 \times 3^1$$

$$30 \rightarrow 2^1 \times 3^1 \times 5$$

$$36 \rightarrow 2^2 \times 3^2$$

$$\text{LCM} = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \text{ (Take max. power of each) / (प्रत्येक की अधिकतम घात लें)} = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

- Find LCM of 55, 66, 60.

$$55 \rightarrow 5 \times 11 \quad \text{LCM} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11 = 660$$

$$66 \rightarrow 2 \times 3 \times 11$$

$$60 \rightarrow 2^2 \times 3 \times 5$$

- Find LCM of 13, 29, 41.

LCM of prime numbers = their product

$$\therefore \text{LCM} = 13 \times 29 \times 41 = 15457$$

- Find LCM of 24, 30, 36.

$$24 \rightarrow 12 \times \textcircled{2} \quad \text{Let LCM} = 36$$

$$30 \rightarrow 6 \times \textcircled{5} \quad \therefore 36 \times 5 \times 2 = 360$$

$$\textcircled{36} \rightarrow \swarrow 6, 12 \text{ included}$$

in 36 so skip them

- Find LCM of 55, 66, 60.

$$55 \rightarrow 11 \times \textcircled{5} \quad \text{LCM} = 66 \times 5 \times 2 = 660$$

$$\textcircled{66} \rightarrow$$

$$60 \rightarrow 5 \times 6 \times \textcircled{2}$$

- Product of co-prime number = their LCM

सह-अभाज्य संख्या का गुणनफल = उनका ल.स.

- The number when divided by a, b, c leaves remainder 'r' in each case/वह संख्या जिसे a, b, c से भाग देने पर प्रत्येक स्थिति में 'r' शेष बचता है =  $\text{LCM}(a, b, c) \times k + r$

- Ex.** The least number which when divided by 4, 6, 8, 12, and 16 leaves remainder 2 in each case.

वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसे 4, 6, 8, 12 और 16 से भाग करने पर प्रत्येक दशा में 2 शेष बचे।

- Sol.** LCM of (4, 6, 8, 12 and 16) =  $16 \times 3 = 48$

$$\text{Required number} = 48 + 2 = 50$$

- Ex.** The least multiple of 13 which on dividing by 4, 5, 6, 7 and 8 leaves remainder 2 in each case.

वह 13 का छोटे से छोटा गुणज क्या होगा जिसे 4, 5, 6, 7 और 8 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 2 शेषफल बचे।

- Sol.** LCM of (4, 5, 6, 7 and 8) =  $8 \times 7 \times 3 \times 5 = 840$

$$\therefore (840K + 2) \text{ will be divisible by } 13$$

(840K + 2) 13 से विभाज्य होगा।

$$\frac{840K + 2}{13} = 64K + \frac{8K + 2}{13} \quad \text{Put } (K = 3)$$

$$\Rightarrow 840 \times 3 + 2 = 2522$$

- The number which when divided by a, b, c respectively gives remainder x, y, z such that वह संख्या जिसे क्रमशः a, b, c से विभाजित करने पर शेषफल x, y, z प्राप्त होता है

Common difference (d) / सार्व अंतर (d) =  $a - x = b - y = c - z$   
number =  $\text{LCM}(a, b, c)k - d$



❖ **Note:** If 2 or 3 numbers are even their HCF will be even.  
If any one number is odd their HCF can not be even.

नोट: यदि 2 या 3 संख्याएँ सम हों तो उनका HCF भी सम होगा।  
यदि कोई एक संख्या विषम है तो उनका HCF सम नहीं हो सकता।

❖ If HCF of 2 numbers = H ∴ LCM = Hxy  
No. → Hx, Hy                      Diff. = H(x-y)  
x, y → co-prime                      Sum = H(x+y)  
∴ HCF is present in LCM, difference & sum of the numbers. / HCF, LCM, संख्याओं के अंतर और संख्याओं के योग में मौजूद होता है।

❖ 18, 30                      HCF = 6  
LCM=90  
Diff.=12  
Sum=48 } All will be divisible by HCF.  
   सभी HCF से विभाज्य होंगे।

❖  $Hx \times Hy = Hxy \times H$   
 $I \times II = LCM \times HCF$   
 $H^2xy = H^2xy$

❖  $I \times II = LCM \times HCF$   
⇒ 1<sup>st</sup> no. × 2<sup>nd</sup> no. = LCM × HCF

❖ 'K' is the largest number which when divide a, b, c gives same remainder 'r' & quotients are x, y, z respectively

'K' सबसे बड़ी संख्या है जिसे a, b, c से विभाजित करने पर समान शेषफल 'r' और भागफल क्रमशः x, y, z हैं

$$\begin{array}{r} k \overline{) a} \quad (x \quad k \overline{) b} \quad (y \quad k \overline{) c} \quad (z \\ \underline{\quad r} \quad \quad \quad \underline{\quad r} \quad \quad \quad \underline{\quad r} \end{array}$$

∴  $a = kx + r$   
 $b = ky + r$   
 $c = kz + r$   
∴  $a - b = k(x - y)$   
 $b - c = k(y - z)$   
 $c - a = k(z - x)$   
∴  $k = \text{HCF of } (a - b, b - c, c - a)$

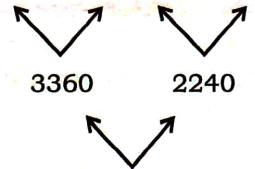
**Ex.** Let N be the greatest number that will divide 1305, 4665, and 6905 leaving same remainder in each case, find N.

N वह बड़ी से बड़ी संख्या है जिसे 1305, 4665, तथा 6905 में भाग देने पर समान शेषफल बचता है तब N का मान क्या है।

**Sol.** 
$$\begin{array}{r} N \overline{)1305} \quad N \overline{)4665} \quad N \overline{)6905} \\ \underline{-x} \quad \quad \quad \underline{-x} \quad \quad \quad \underline{-x} \\ 0 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Number जो तीनों को भाग करेगा →

HCF of  $\{(1305 - x), (4665 - x), (6905 - x)\}$



∴ Required no. ⇒ **1120**

❖  $LCM \left[ \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \right] = \frac{LCM(a, c, e)}{HCF(b, d, f)}$

❖  $HCF \left[ \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \right] = \frac{HCF(a, c, e)}{LCM(b, d, f)}$

❖  $HCF [a^n \pm 1, a^m \pm 1] = a^{HCF(n, m)} \pm 1$